

Table des matières

Avant-propos	V
Comment s’y prendre ?	X
Sommaire	XII
1. Nombres réels et suites	2
Introduction	2
Exploration	4
Synthèse	14
1. Qu’est-ce qu’un axiome ?	14
2. Quels sont les axiomes des nombres réels ?	14
3. Quels sont les sous-ensembles des nombres réels ?	17
4. Comment caractériser l’écriture décimale d’un nombre rationnel, d’un nombre irrationnel ?	18
5. Qu’est-ce qu’une valeur absolue ? Quelles sont ses propriétés ?	19
1.1 Valeur absolue	19
6. Dénombrable ou continu ?	19
7. Qu’est-ce qu’une suite ?	20
8. Comment définir une suite en utilisant la notion de fonction ?	20
1.2 Suite numérique	20
1.3 Terme et indice	20
9. Comment reconnaître une suite arithmétique et utiliser les notations appropriées ?	21
1.4 Suite arithmétique	21
10. Comment représenter (ou reconnaître) une suite arithmétique dans un repère cartésien ?	21
11. Quelles sont les formules les plus utiles pour les suites arithmétiques ?	22
12. Comment calculer rapidement la somme des n premiers termes d’une suite arithmétique ?	22
13. Comment reconnaître une suite géométrique et utiliser les notations appropriées ?	23
1.5 Suite géométrique	23
14. Comment représenter une suite géométrique de raison positive dans un repère cartésien ?	24
15. Quelles sont les formules les plus utiles pour les suites géométriques ?	25
16. Comment calculer la somme des n premiers termes d’une suite géométrique ?	25

17.	Quelle est la limite d'une suite ? Qu'est-ce qu'une suite convergente ?	26
	1.6 Limite d'une suite	26
18.	Comment calculer la somme de tous les termes d'une suite ?	28
	Exercices	30
2.	Algèbre financière	45
	Introduction	45
	Exploration	46
	Synthèse	51
1.	Comment utiliser les suites arithmétiques pour calculer un intérêt simple ?	51
	2.1 Intérêt simple	51
	2.2 Valeur acquise	51
2.	Comment utiliser les suites géométriques dans le cadre des intérêts composés ?	51
	2.3 Intérêts composés	51
	2.4 Valeur acquise par un capital placé à intérêts composés	51
3.	Qu'appelle-t-on taux équivalents ? Comment les calculer ?	52
	2.5 Taux équivalents	52
4.	Qu'appelle-t-on annuité, mensualité ?	53
	2.6 Annuités	53
5.	Comment calculer la valeur acquise au moment du dernier versement par une suite d'annuités constantes ?	53
6.	Comment calculer la valeur actuelle d'une suite d'annuités égales ?	54
	2.7 Valeur actuelle	54
7.	Qu'est-ce qu'un crédit à la consommation ? Quelles en sont les différentes formes ?	55
8.	Comment calculer le montant des mensualités d'un financement ou d'un prêt personnel ?	56
9.	Comment dresser un tableau d'amortissement ?	57
	Outils numériques	58
	Exercices	61
3.	Fonctions trigonométriques	66
	Introduction	66
	Exploration	68
	Synthèse	77
1.	Comment encadrer le nombre π ?	77
2.	Qu'appelle-t-on arc et secteur circulaire ?	78
	3.1 Arc de cercle	78
	3.2 Secteur circulaire	78

3.	Qu'appelle-t-on cercle trigonométrique ?	78
	3.3 Cercle trigonométrique	78
4.	Comment mesurer un angle en radian ?	79
	3.4 Radian	79
	3.5 Mesure principale d'un angle	79
5.	Quelles sont les caractéristiques de la fonction de référence $x \rightarrow \sin x$ (x en radians) ?	81
	3.6 Période d'une fonction	81
	3.7 Amplitude	81
6.	Quelles sont les caractéristiques de la fonction $x \rightarrow \cos x$ (x en radians) ?	82
7.	Quelles sont les caractéristiques de la fonction $x \rightarrow \tan x$ (x en radians) ?	83
8.	Comment interpréter les différents paramètres d'une fonction de la forme $x \rightarrow a \sin (bx + c) + d$ pour en tracer le graphique ?	84
9.	Comment repérer les différents paramètres de la fonction $x \rightarrow f(x) = a \sin (bx + c) + d$ sur le graphique pour retrouver son expression ?	86
10.	Que modélise une fonction de la forme $x \rightarrow a \sin (bx + c)$?	87
	Outils numériques	89
	Exercices	91
4.	Limites et asymptotes	102
	Introduction	102
	Exploration	104
	Synthèse	123
1.	Qu'est-ce qu'une fonction ? Quel vocabulaire utilise-t-on pour décrire une fonction ?	123
	4.1 Fonction	123
	4.2 Domaine de définition	123
	4.3 Zéro d'une fonction	123
2.	Comment déterminer le domaine de définition d'une fonction à partir de son expression analytique ?	123
3.	Comment additionner, multiplier ou diviser deux fonctions ?	124
	4.4 Somme de deux fonctions	124
	4.5 Produit de deux fonctions	125
	4.6 Quotient de deux fonctions	125
4.	Comment composer des fonctions ?	126
	4.7 Composée de deux fonctions	126
5.	Comment décomposer une fonction ?	127
6.	Comment cerner la notion de limite en un réel ?	128
7.	Qu'est-ce que la « limite à droite » et la « limite à gauche » d'une fonction en un réel ?	130

8.	Comment découvrir la limite d'une fonction en l'infini ?	131
9.	La variable d'une fonction peut-elle tendre vers n'importe quel nombre réel ou n'importe quel élément infini ?	132
	4.8 Adhérence d'un réel à un ensemble	132
	4.9 Ensemble majoré	133
	4.10 Ensemble minoré	133
10.	Comment définir les limites ?	134
	4.11 Limite réelle en un réel	134
	4.12 Limite égale à $+\infty$ en un réel	135
	4.13 Limite égale à $-\infty$ en un réel	136
	4.14 Limite réelle en $+\infty$	136
	4.15 Limite réelle en $-\infty$	137
11.	Une limite est-elle toujours unique ?	137
12.	Comment transformer les définitions des limites en un réel pour obtenir celles des limites à gauche et à droite ?	138
	4.17 Limite à gauche, cas réel	138
	4.18 Limite à droite, cas réel	138
	4.19 Limites à gauche et à droite distinctes	138
13.	Comment déterminer une limite par encadrement ou comparaison ?	139
	4.20 Théorème du sandwich	139
	4.21 Théorème de comparaison	140
14.	Quelles sont les règles de calcul dans \mathbb{R} et leurs applications aux limites ?	140
	4.22 Limite d'une somme	141
	4.23 Limite d'un produit	142
	4.24 Limite d'un quotient	143
	4.25 Limite d'une fonction composée	143
15.	Comment calculer les limites d'une fonction polynôme ?	143
	4.26 Limite en l'infini d'une fonction polynôme	144
16.	Comment calculer les limites d'une fonction rationnelle en un réel a ?	144
17.	Comment calculer les limites d'une fonction rationnelle en $+\infty$ ou en $-\infty$?	146
18.	Comment utiliser la règle du binôme conjugué pour lever une indétermination ?	147
19.	Comment définir une asymptote au graphique d'une fonction ?	149
	4.27 Asymptotes	149
20.	Comment déterminer l'équation de l'asymptote oblique d'une fonction à partir de son expression analytique ?	150
	4.28 Formules de Cauchy	150
21.	Comment déterminer en pratique les asymptotes d'une fonction polynôme ou rationnelle ?	151

22.	Comment déterminer en pratique les asymptotes d'une fonction irrationnelle ?	153
23.	Quelles sont les limites des fonctions trigonométriques ?	158
	Exercices	160
5.	Continuité	180
	Introduction	180
	Exploration	182
	Synthèse	184
1.	Qu'appelle-t-on fonction continue en un réel ?	184
	5.1 Continuité en un réel	184
2.	Comment vérifier qu'une fonction est continue ?	185
	5.2 Critère de continuité	186
3.	Qu'est-ce que la continuité d'une fonction sur un intervalle ?	186
	5.3 Continuité sur un intervalle	186
4.	Qu'est-ce que la fonction partie entière ?	187
	5.4 Fonction partie entière	187
5.	Quels sont les théorèmes principaux concernant la continuité ?	187
	5.5 Théorème des valeurs intermédiaires	187
	5.6 Théorème de Bolzano	188
	Exercices	188
6.	Dérivées et applications	194
	Introduction	194
	Exploration	196
	Synthèse	209
1.	Comment calculer la variation et le taux d'accroissement d'une fonction entre deux points ?	209
2.	Comment définir le nombre dérivé d'une fonction en un réel ?	210
	6.1 Fonction dérivable	210
	6.2 Nombre dérivé	210
3.	Comment écrire l'équation d'une tangente ? Comment la tracer ?	211
4.	Comment définir la fonction dérivée d'une fonction f ?	211
	6.3 Domaine de dérivabilité	211
	6.4 Fonction dérivée	211
5.	Quelles sont les dérivées des fonctions usuelles ?	212
6.	Comment écrire un radical sous forme d'une puissance ?	213
	6.5 Puissance à exposant rationnel	213

7.	Quel lien y a-t-il entre dérivabilité et continuité ?	214
	6.6 Dérivabilité et continuité	214
8.	Comment dériver la somme, le produit, le quotient de fonctions ?	214
	6.7 Dérivée d'une somme	214
	6.8 Dérivée d'un produit	214
	6.9 Dérivée d'un quotient	215
9.	Comment dériver les fonctions composées ?	218
	6.10 Dérivée de la composée de fonctions	218
10.	En quels points une fonction peut-elle être non dérivable ?	219
	6.11 Tangente verticale	219
	6.12 Point de rebroussement	220
11.	Peut-on trouver une tangente parallèle à une sécante donnée ?	220
	6.14 Théorème de Lagrange	220
	6.15 Théorème de Rolle	221
12.	Qu'est-ce qu'un maximum ou un minimum local d'une fonction ?	221
	6.16 Maximum local	222
	6.17 Minimum local	222
13.	Quel est le lien entre le sens de variation d'une fonction et le signe de sa dérivée ?	222
	6.18 Lien entre signe de la dérivée et croissance	222
14.	Qu'est-ce que la concavité d'une fonction ? Comment la déterminer ?	223
	6.19 Concavité tournée vers le haut	223
	6.20 Concavité tournée vers le bas	223
	6.21 Point d'inflexion	223
15.	Comment calculer une limite en utilisant les dérivées ?	224
	6.22 Règle de L'Hospital	224
16.	Quelles sont les situations que l'on modélise par un calcul de dérivée ?	226
	Outils numériques	227
	Exercices	229
7.	Statistique à deux variables	255
	Introduction	255
	Exploration	256
	Synthèse	263
1.	Qu'appelle-t-on série statistique à deux variables ?	263
	7.1 Série statistique à deux variables	263
2.	Qu'est-ce qu'un ajustement affine ? Pourquoi l'utiliser ?	263

3.	Comment déterminer un ajustement affine par la méthode de Mayer ?	264
4.	Quelles sont les propriétés du symbole Σ ?	265
5.	Comment déterminer la droite de régression ?	265
	7.2 Droite de régression de y en x (de y par rapport à x)	265
	7.3 Droite de régression et point moyen	267
	7.4 Coefficient de régression	267
6.	Comment déterminer et apprécier une corrélation linéaire entre deux variables ?	268
7.	Quels liens y a-t-il entre variance, écart-type, coefficient de détermination et coefficient de corrélation ?	269
8.	Ne pas confondre corrélation et causalité !	270
	Outils numériques	271
	Exercices	273
8.	Équations et inéquations trigonométriques	286
	Introduction	286
	Exploration	288
	Synthèse	291
1.	Comment exprimer le sinus, le cosinus et la tangente d'une somme ou d'une différence de deux angles ? (formules d'addition)	291
2.	Comment exprimer le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle double ? (formules de duplication)	291
3.	Comment exprimer le carré d'un sinus ou d'un cosinus en fonction du cosinus de l'angle double ? (formules de Carnot)	291
4.	Comment transformer un produit de nombres trigonométriques en une somme ou une différence ?	292
5.	Comment transformer une somme ou une différence de nombres trigonométriques en un produit ? (formules de Simpson)	292
6.	Comment résoudre une équation trigonométrique élémentaire ?	293
7.	Comment utiliser les formules trigonométriques pour résoudre une équation ?	295
8.	Comment résoudre une équation réductible au second degré ?	296
9.	Comment résoudre une équation homogène en $\sin x$ et $\cos x$?	297
10.	Comment résoudre l'équation $a \cos x + b \sin x = c$ ($a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$) ?	298
11.	Comment résoudre une inéquation trigonométrique ?	299
	Outils numériques	300
	Exercices	302

9. Orthogonalité dans l'espace	310
Introduction	310
Exploration	312
Synthèse	315
1. Qu'appelle-t-on droites orthogonales dans l'espace ?	315
9.1 Droites orthogonales	315
2. Comment définir la perpendicularité entre une droite et un plan ? Comment la vérifier ?	315
9.2 Droite perpendiculaire à un plan	315
9.3 Critère de perpendicularité d'une droite et d'un plan	316
3. Comment vérifier que deux droites sont orthogonales ?	318
9.4 Critère d'orthogonalité de deux droites	318
4. Comment définir la perpendicularité entre deux plans ? Comment la vérifier ?	319
9.5 Plans perpendiculaires	319
9.6 Critère de perpendicularité de deux plans	319
5. Comment construire une perpendiculaire commune à deux droites gauches et montrer qu'elle est unique ?	320
9.7 Perpendiculaire commune à deux droites gauches	320
6. Comment définir la distance d'un point à un plan ? D'un point à une droite ?	321
9.8 Distance d'un point à un plan	321
9.9 Distance d'un point à une droite	321
9.10 Distance entre deux droites gauches	322
7. Quel est le lieu des points équidistants de deux points donnés ?	322
9.11 Lieu des points équidistants de deux point donnés	322
9.12 Plan médiateur	323
Exercices	324
10. Géométrie vectorielle du plan et de l'espace	328
Introduction	328
Exploration	330
Synthèse	338
1. Comment repérer un point dans l'espace ?	338
2. Comment caractériser les vecteurs de l'espace ?	339
10.1 Norme d'un vecteur	339
10.2 Choix arbitraire de l'origine d'un vecteur	339
10.3 Somme de deux vecteurs – Relation de Chasles	339
10.4 Propriétés de l'addition vectorielle	339

10.5	Produit d'un vecteur par un réel	340
10.6	Propriétés de la multiplication d'un vecteur par un réel	340
10.7	Vecteurs colinéaires	340
10.8	Points alignés et points coplanaires	340
10.9	Vecteurs coplanaires (linéairement dépendants ou parallèles à un même plan)	340
3.	Comment calculer et utiliser les composantes d'un vecteur de l'espace dans un repère ?	341
4.	Qu'est-ce que le produit scalaire de deux vecteurs ?	341
10.10	Produit scalaire dans le plan	341
10.11	Produit scalaire dans l'espace	342
5.	Quelles sont les propriétés du produit scalaire ?	343
10.12	Produit scalaire et projection orthogonale	343
10.13	Propriétés du produit scalaire	343
6.	Comment calculer la norme d'un vecteur, la distance entre deux points dans un repère orthonormé ?	344
10.14	Produit scalaire dans un repère orthonormé	344
10.15	Norme d'un vecteur dans un repère orthonormé de l'espace	344
7.	Comment calculer l'angle entre deux vecteurs ?	345
10.16	Cosinus de l'angle entre deux vecteurs du plan dans un repère orthonormé	345
10.17	Cosinus de l'angle entre deux vecteurs de l'espace dans un repère orthonormé	345
8.	Comment définir et vérifier l'orthogonalité de deux vecteurs ?	345
10.18	Vecteurs orthogonaux	345
10.19	Vecteurs orthogonaux dans un repère orthonormé de l'espace	346
9.	Comment démontrer vectoriellement le théorème d'Al Kashi ?	346
	Exercices	347
11.	Géométrie analytique de l'espace	360
	Introduction	360
	Exploration	362
	Synthèse	370
1.	Qu'est-ce qu'une équation vectorielle d'une droite de l'espace ? Comment la déterminer ?	370
11.1	Vecteur directeur d'une droite	370
2.	Comment déterminer un système d'équations paramétriques d'une droite ?	371
3.	Comment déterminer des équations cartésiennes d'une droite ?	372
4.	Comment écrire des équations paramétriques d'une droite dont on connaît des équations cartésiennes ?	373
5.	Qu'est-ce qu'une équation vectorielle d'un plan de l'espace ?	374
11.2	Vecteurs directeurs d'un plan	374
6.	Comment déterminer un système d'équations paramétriques d'un plan ?	375

7.	Comment déterminer une équation cartésienne d'un plan dont on connaît un système d'équations paramétriques ?	376
8.	Qu'est-ce qu'une matrice ?	377
	11.3 Matrice de genre $p \times n$	377
9.	Qu'est-ce que le déterminant d'une matrice carrée ? Comment le calculer ?	378
	11.4 Déterminant d'une matrice	378
	11.5 Mineur et cofacteur	379
	11.6 Déterminant et cofacteurs	379
10.	Quelles sont les propriétés des déterminants ?	380
11.	Comment trouver l'équation cartésienne d'un plan à l'aide d'un déterminant ?	380
12.	Qu'appelle-t-on forme canonique de l'équation cartésienne d'un plan ?	381
13.	Qu'est-ce qu'un vecteur normal à un plan ?	382
	11.7 Vecteur normal à un plan	383
14.	Comment trouver l'équation cartésienne d'un plan dont on connaît un vecteur normal et un point ?	383
	11.8 Vecteur normal et équation cartésienne d'un plan	384
	11.9 Équation cartésienne d'un plan et vecteur normal	384
15.	Comment représenter un plan dont on connaît l'équation cartésienne ?	385
16.	Comment traduire le parallélisme ?	386
17.	Comment traduire la perpendicularité ou l'orthogonalité ?	387
18.	Comment reconnaître le parallélisme ou l'orthogonalité de plans à partir de leurs équations cartésiennes ?	387
19.	Comment calculer la distance d'un point à un plan ou à une droite ?	388
20.	Qu'est-ce qu'un système d'équations linéaires ?	389
	11.10 Solution d'un système	389
	11.11 Systèmes équivalents	389
21.	Comment résoudre un système d'équations par la méthode de substitution ?	390
22.	Comment résoudre un système de trois équations linéaires par la méthode de Gauss ?	393
23.	Qu'est-ce qu'un système de Cramer et comment résoudre un système par la règle de Cramer ?	396
	11.12 Système de Cramer	396
	11.13 Règle de Cramer	396
24.	Comment interpréter géométriquement les solutions d'un système de deux équations à deux inconnues ?	397
25.	Comment interpréter géométriquement les solutions d'un système de trois équations à trois inconnues ?	398
26.	Comment discuter un système ?	400
	Outils numériques	403
	Exercices	405
	Index	426