

Table des matières

Avant-propos	V
Comment s’y prendre ?	VIII
Sommaire	X
1. Fonctions exponentielles et logarithmes	1
Introduction	1
Exploration	2
Synthèse	11
1. Qu’appelle-t-on réciproque d’une fonction ? Comment la déterminer ?	11
1.1 Réciproque d’une fonction	11
2. Comment procéder pour que la réciproque d’une fonction soit une fonction ?	12
1.2 Fonction injective	12
3. Comment reconnaître une croissance ou une décroissance exponentielle ?	14
4. Qu’appelle-t-on fonction exponentielle de base a ?	15
1.3 Fonction exponentielle de base a , définition	15
5. Quelles sont les propriétés des puissances à exposants réels ?	16
1.4 Propriétés des puissances à exposants réels	16
6. Quelles sont les caractéristiques graphiques des fonctions exponentielles ?	16
7. Qu’appelle-t-on exponentielle népérienne ?	17
1.5 Nombre d’Euler	17
1.6 Fonction exponentielle népérienne	17
8. Comment définir les fonctions logarithmes ?	18
1.7 Fonction logarithme de base a	18
1.8 Relation de réciprocity	18
1.9 Fonctions logarithmes usuelles	18
9. Quelles sont les caractéristiques graphiques des fonctions logarithmiques ?	20
10. Quelles sont les propriétés des logarithmes ?	21
1.10 Propriétés immédiates	21
1.11 Logarithme d’un produit	21
1.12 Logarithme d’une puissance	21
1.13 Logarithme d’un quotient	22
1.14 Changement de base	22

11.	Comment dériver les fonctions exponentielles et logarithmes ?	23
1.15	Dérivée des fonctions exponentielles	23
1.16	Dérivée des fonctions logarithmes	23
12.	Comment calculer une limite avec la règle de l'Hospital ?	24
1.17	Règle de l'Hospital	24
13.	Qu'est-ce qu'un repère semi-logarithmique ? Comment lire ou construire une échelle logarithmique ?	25
	Outils numériques	27
	Exercices	31
2.	Intégrales et primitives	63
	Introduction	63
	Exploration	64
	Synthèse	70
1.	Qu'appelle-t-on intégrale définie ?	70
2.1	Intégrale définie	70
2.	Comment approcher numériquement une intégrale définie ?	72
3.	Quelles sont les propriétés de l'intégrale d'une fonction ?	73
4.	Qu'appelle-t-on primitive d'une fonction ?	73
2.2	Primitive d'une fonction	73
2.3	Intégrale indéfinie d'une fonction	73
5.	Quel est le lien entre l'intégrale définie et les primitives d'une fonction ?	74
2.4	Théorème d'existence	74
2.5	Lien entre primitives et intégrale	74
6.	Quelles sont les primitives des fonctions usuelles et des fonctions composées ?	75
7.	Quelles autres méthodes peut-on utiliser pour calculer des primitives ?	77
8.	Comment calculer une intégrale définie par substitution ou changement de variable ?	79
9.	Comment calculer l'aire d'une surface comprise entre le graphique d'une fonction, l'axe Ox et deux droites verticales ?	80
10.	Comment calculer l'aire d'une surface comprise entre les graphiques de deux fonctions ?	80
11.	Comment utiliser le calcul intégral pour calculer le volume des solides de révolution ?	81
	Outils numériques	82
	Exercices	85

3.	Calcul vectoriel dans l'espace	105
	Introduction	105
	Exploration	106
	Synthèse	111
1.	Comment repérer un point dans l'espace ?	111
2.	Comment calculer la distance d'un point à l'origine du repère ?	112
	3.1 Distance d'un point à l'origine du repère	112
3.	Comment caractériser un vecteur de l'espace ?	112
	3.2 Unicité	112
	3.3 Vecteurs égaux	112
	3.4 Vecteurs colinéaires – Points alignés	113
	3.5 Vecteurs coplanaires – Points coplanaires	113
4.	Comment calculer et utiliser les composantes d'un vecteur de l'espace dans un repère orthonormé ?	113
	3.6 Composantes d'un vecteur	113
	3.7 Composantes d'un vecteur et opérations	113
	3.8 Composantes d'un vecteur $u = AB$	114
	3.9 Coordonnées du point milieu d'un segment	114
5.	Comment calculer la distance entre deux points ? la norme d'un vecteur ?	115
	3.10 Distance entre deux points et norme d'un vecteur	115
6.	Comment vérifier l'orthogonalité de deux vecteurs lorsqu'on connaît leurs composantes ?	116
	3.11 Vecteurs orthogonaux, définition	116
	3.12 Vecteurs orthogonaux, propriété	116
	Exercices	117
4.	Géométrie analytique de l'espace	121
	Introduction	121
	Exploration	122
	Synthèse	129
1.	Qu'appelle-t-on vecteur directeur d'une droite ou d'un plan ?	129
	4.1 Vecteur directeur	129
2.	Comment écrire les différents types d'équations d'une droite ?	129
3.	Comment écrire les différents types d'équations d'un plan ?	131
4.	Comment représenter un plan dont on connaît l'équation cartésienne ?	132
5.	Comment écrire une équation cartésienne d'un plan dont on connaît un vecteur normal et un point ?	132
	4.2 Vecteur normal à un plan	132
6.	De la géométrie synthétique à la géométrie vectorielle : comment caractériser une droite ou un plan ?	133

7.	Qu'appelle-t-on droites orthogonales dans l'espace ?	134
	4.3 Droites orthogonales	134
8.	Comment « traduire » en langage vectoriel le parallélisme et l'orthogonalité entre droites et plans dans l'espace ?	134
9.	Comment déterminer l'intersection de deux plans ?	135
10.	Quelles sont les positions relatives de trois plans dans l'espace ?	136
11.	Comment résoudre un système de trois équations linéaires à trois inconnues par la méthode de Gauss ?	137
12.	Comment interpréter géométriquement les solutions d'un système de trois équations à trois inconnues ?	139
13.	Comment résoudre un problème ?	140
	Outils numériques	141
	Exercices	145
5.	Probabilité	157
	Introduction	157
	Exploration	158
	Synthèse	163
1.	Qu'appelle-t-on expérience aléatoire ? Qu'appelle-t-on événement ?	163
	5.1 Expérience aléatoire	163
	5.2 Catégorie d'épreuve(s)	163
	5.3 Événement	163
	5.4 Événement élémentaire	164
	5.5 Événement impossible	164
	5.6 Événement certain	164
	5.7 Événements contraires	164
2.	Quelles sont les notions importantes relatives aux événements ?	164
	5.8 Opérations sur les événements	164
	5.9 Événements indépendants	165
	5.10 Événements incompatibles	165
3.	Qu'appelle-t-on probabilité d'un événement ? Comment la déterminer ?	165
4.	Quelles sont les propriétés des probabilités ?	167
5.	Qu'appelle-t-on cas d'équiprobabilité ? Comment alors calculer la probabilité d'un événement ?	168
	5.11 Équiprobabilité	168
6.	Comment déterminer une probabilité à l'aide d'un arbre pondéré ?	169
7.	Comment déterminer une probabilité à l'aide d'un diagramme de Venn ?	171
8.	Comment calculer une probabilité à l'aide d'un tableau à double entrée ?	172

9.	Qu'appelle-t-on probabilité conditionnelle ?	172
	5.12 Probabilité conditionnelle	173
	5.13 Événements indépendants	173
10.	Comment déterminer une probabilité conditionnelle ?	173
	Outils numériques	175
	Exercices	180
6.	Analyse combinatoire	195
	Introduction	195
	Exploration	196
	Synthèse	198
1.	Que signifie dénombrer ? Comment caractériser un groupement ?	198
2.	Qu'est-ce qu'un arrangement ? Comment le reconnaître ?	198
	6.1 Arrangement simple	198
	6.2 Nombre d'arrangements simples	198
	6.3 Arrangement avec répétitions,	199
	6.4 Nombre d'arrangements avec répétitions	199
3.	Qu'est-ce qu'une permutation ? Comment la reconnaître ?	200
	6.5 Permutation simple	200
	6.6 Nombre de permutations simples	200
	6.7 Permutation avec répétitions	201
	6.8 Nombre de permutations avec répétitions	201
4.	Qu'est-ce qu'une combinaison simple ? Comment la reconnaître ?	202
	6.9 Combinaison simple	202
	6.10 Nombre de combinaisons simples	202
5.	Comment aborder un exercice de dénombrement ?	203
	Exercices	204
7.	Variables aléatoires et lois de probabilités	215
	Introduction	215
	Exploration	216
	Synthèse	221
1.	Qu'appelle-t-on variable aléatoire discrète ? Comment définir sa loi de probabilité et sa fonction de répartition ?	221
	7.1 Variable aléatoire	221
	7.2 Loi de probabilité	221
	7.3 Fonction de répartition	222

2.	Quelles sont les caractéristiques d'une variable aléatoire discrète ?	222
	7.4 Espérance mathématique	222
	7.5 Variance et écart-type d'une variable aléatoire discrète	222
3.	Qu'est-ce qu'une loi uniforme discrète ? Quelles sont ses caractéristiques ?	223
	7.6 Loi uniforme discrète	223
	7.7 Espérance et écart-type	224
4.	Qu'est-ce qu'une loi binomiale ?	225
	7.8 Épreuve de Bernoulli	225
	7.9 Schéma de Bernoulli	225
	7.10 Loi binomiale de paramètres n et p	225
	7.11 Espérance mathématique, variance et écart-type d'une loi binomiale	226
	7.12 Représentation graphique d'une loi binomiale	226
5.	Qu'est-ce qu'une variable aléatoire continue ? Comment définit-on sa densité de probabilité et sa fonction de répartition ?	227
	7.13 Variable aléatoire continue	227
	7.14 Densité de probabilité	227
	7.15 Fonction de répartition d'une variable aléatoire continue	227
	7.16 Espérance, variance et écart-type d'une variable aléatoire continue définie sur $I = [u;v]$	228
6.	Variable aléatoire discrète ? Variable aléatoire continue ?	228
7.	Qu'est-ce qu'une loi uniforme continue ? Quelles sont ses propriétés ?	229
	7.17 Loi uniforme sur un intervalle $[a;b]$	229
	7.18 Espérance mathématique et variance d'une loi uniforme	229
	7.19 Loi uniforme continue sur $[0;1]$	230
8.	Qu'est-ce qu'une loi (de distribution) normale ?	231
	7.20 Loi de distribution normale	231
9.	Comment calculer $P(X \leq a)$ pour une loi normale ?	232
10.	Comment s'assurer qu'une distribution statistique suit une loi normale ?	233
11.	Dans quelles circonstances est-on amené à approximer une loi binomiale par une loi normale ?	233
	Outils numériques	234
	Exercices	239